Colegio Sol de Chile, Lo Espejo
Departamento de Matemática.
Profesor Claudio Foschino González
Primero Medio

Guía N° 4
Potencias de base racional y exponente entero y sus propiedades

Hola estudiantes del primero medio A, desde la distancia les quiero enviar un fuerte y afectuoso saludo, además espero que todos ustedes se encuentren bien al igual que sus familias y amigos.

En esta guía conocerás algunas propiedades de las potencias y profundizaremos el estudio de las potencias de base fraccionaria o decimal y exponente entero. No olvides que ante cualquier consulta el colegio a dispuesto de un correo electrónico cfoschino@colegiosoldechile.cl y también puedes escribirme a profesor.foschino.mate@gmail.com.

O.A: Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero.

Contenido: Potencias de base racional y exponente y sus propiedades.

Habilidades: Representar situaciones en las que es necesario usar potencias de base racional y exponente entero.
Conjeturar acerca de las propiedades de las potencias.

Contenidos: Potencias y sus propiedades.

¿Para qué se usan las potencias en situaciones cotidianas?

Las potencias se usan en un buen número de situaciones cotidianas, tales como, el cálculo de interés compuesto en situaciones de crédito o de inversiones.

También se usan en ciencias para determinar el crecimiento o decrecimiento bacterial o viral, imagina que en la actualidad con la crisis del Covid 19, esta herramienta (potencias) ha asumido un rol fundamental para el seguimiento y establecer estadísticas de este nuevo virus.

Se define:

$$\boldsymbol{Si\ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, la\ potencia\ de\ base\ \frac{a}{b}\ y\ exponente\ n, con\ n\ \in \mathbb{N}, se\ cumpe\ que}:$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot \ldots \cdot\frac{a}{b}}_{n\ veces}$$

Esto es: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Ejemplos:

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{27}$	$\left(-\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{-5}{4}\cdot\frac{-5}{4}\cdot\frac{-5}{4}\cdot\frac{-5}{4} = \frac{625}{256}$	$\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{-3}{5}\cdot\frac{-3}{5}\cdot\frac{-3}{5} = \frac{-27}{125}$

Observación: Cuando la base de una potencia es racional (base fraccionaria) el denominador DEBE ser DISTINTO de cero.

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

Multiplicación de potencias de igual base	Multiplicación de potencias de igual exponente
$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a\ \cdot\ c}{b\ \cdot\ d}\right)^n$
Ejemplo	Ejemplo
$\left(-\frac{5}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{2+3} = \left(-\frac{5}{4}\right)^5$	$\left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{-2\ \cdot\ 3}{7\ \cdot\ 5}\right)^2 = \left(\frac{-6}{35}\right)^2$

División de potencias de igual base La base debe ser distinta de cero	División de potencias de igual exponente La base debe ser distinta de cero
$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}\right)^m$
Ejemplo	Ejemplo
$\left(\frac{5}{7}\right)^8 \div \left(\frac{5}{7}\right)^6 = \left(\frac{5}{7}\right)^{8-6} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{5}{8}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\div\frac{5}{8}\right)^4 = \left(\frac{16}{15}\right)^4$

Potencia de exponente entero negativo	Potencia de exponente uno
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{1} = \frac{a}{b}$
Ejemplo	Ejemplo
$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2}$	$\left(\frac{3}{8}\right)^{1} = \frac{3}{8}$

Potencia de una potencia	Potencia de exponente cero
$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^{m}\right)^{n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$
Ejemplo	Ejemplo
$\left(\left(\frac{6}{7}\right)^{2}\right)^{5} = \left(\frac{6}{7}\right)^{2\cdot 5} = \left(\frac{6}{7}\right)^{10}$	$\left(\frac{4}{9}\right)^{0} = 1$

Ejercicios

Como una forma de reforzar los contenidos descritos anteriormente, resuelve los siguientes ejercicios de potencias, aplicando las propiedades de la multiplicación y división.

a) $5^{-3} \cdot 2^{3} =$	b) $8^{2} \cdot 3^{2} =$	c) $0,5^{3} \cdot 4^{3} =$

d) $0,5^{-5} \cdot 10^{-5} \cdot 0,2^{-5} =$	e) $0,4^4 \cdot\ 3^4 \cdot 0,25^4 =$	f) $6^6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \ =$
g) $\left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3 =$	h) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot\ 5^4 =$	i) $6^{-6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 =$
j) $8^{-5} \cdot 3^{-5} =$	k) $0,2^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot\ 1,5^4 =$	l) $4^{-2} \div 2^2 =$

Resuelve los siguientes problemas relacionados con potencias, usa toda tu imaginación y conocimiento acerca del tema para llegar a una solución.

1) Luis tiene 2^6 llaveros, Pedro tiene 2^7 y Andrés tiene 128 llaveros. Si los tres amigos forman una sola colección de llaveros, ¿cuántos tienen en total? Representa el resultado en forma de potencias.
2) Inicialmente se tienen 8 bacterias y su número se duplica cada media hora. ¿Cuántas baterías se tendrá después de tres horas?
3) ¿Cuánto es la tercera potencia de la segunda potencia de 8?

4) Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año. Si la luz recorre 300.000 km en un segundo, ¿cuántos kilómetros recorre la luz en un año? Exprésalo en notación científica.
5) La distancia de la Tierra al Sol es de unos 150 millones de kilómetros, y la distancia de la Tierra a la Luna es de unos 400.000 kilómetros. ¿Cuántas veces es mayor la distancia de la Tierra al Sol que la distancia de la Tierra a la Luna?

Utilizando los aprendizajes de esta guía y de las tres anteriores para que apliques dichos conocimientos y resuelve los siguientes ejercicios.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} =$	b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{5} \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$
c) $\frac{\left(3^{2} \cdot 3^{-1}\right) \div 3^{3}}{3^{-1} \cdot 3^{5}} =$	d) $\frac{\left(4{,}5^{-1}\right) \div 2^{3}}{\left(\frac{9}{2}\right)^{3} \cdot 3^{2}} =$

e) $\dfrac{\left(1,\overline{3}^{-1}\right)\ \cdot\ 3^{2}}{0,\overline{3}^{-2}\ \cdot\ \frac{1}{9}} =$	f) $\dfrac{\left(1,\overline{3}^{-1}\ \cdot\ 3^{2}\right)}{0,\overline{3}^{-2}\ \cdot\ \frac{1}{9}} =$